AVEC NOS ÉLÈVES

Construire l'orbite de Mars à la manière de Kepler avec un logiciel de géométrie

Michel Cauchois, Saint Genest Lerpt

Dans le numéro 117 des Cahiers Clairaut, Blaise Simon nous a expliqué comment Kepler a été amené à étudier la trajectoire de la Terre autour du Soleil afin de pouvoir ensuite étudier celle de Mars avec précision. Dans le numéro suivant, Béatrice Sandré a recherché, en utilisant les méthodes de Kepler et avec des valeurs récentes de l'IMCCE, les équations des orbites de la Terre et de Mars. Suivons leurs pas et essayons comme Kepler de tracer l'orbite de Mars ou du moins la projection de celle-ci sur l'écliptique.

Pour ce faire nous utiliserons GeoGebra, logiciel libre de géométrie dynamique qui, depuis sa version 3.2, possède un module tableur. On peut adapter la démarche à d'autres logiciels de géométrie dynamique comme Géoplan par exemple. Vous trouverez les fichiers GeoGebra sur le site du CLEA, ils permettent de suivre la construction à différentes étapes.
Cette activité est accessible à des lycéens même si les notions de vecteur et de rotation ne sont plus abordées au collège

L'orbite de la Terre

Principe

Nous supposerons ici comme Kepler que l'orbite de la Terre est un cercle excentré (c'est une très bonne approximation, l'erreur sur la position de la Terre est de l'ordre du diamètre de la Terre).
Le rayon r du cercle est CA ou CP. L'excentricité est égale à CS/r.

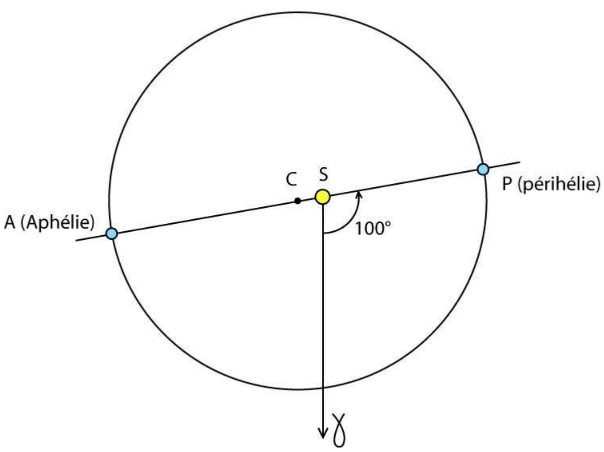

Fig. 1. *L'orbite de la Terre est un cercle excentré.*

Données initiales

Nous prendrons les données de Kepler rappelées par Blaise Simon : excentricité 0,01653, longitude du périhélie ω = 100°19' ou 100,32°.

Construction dans Geogebra

Dans GeoGebra on place le point S, en (0 ; 0), la direction du point vernal, origine des longitudes écliptiques héliocentriques et géocentriques, sera donnée par le vecteur $\vec{\gamma}$ de coordonnées (0 ; -1). On saisit ensuite les deux valeurs initiales e = 0,01653 et ω = 100° + 19°/60 (attention à ne pas oublier les degrés dans les données angulaires) ainsi que a, le rayon de l'orbite terrestre, défini comme un curseur pouvant varier de 1 cm à 10 cm (ce qui permet de faire varier l'échelle du tracé).

Le centre C du cercle cT de l'orbite terrestre se trouve sur la demi-droite d'origine S et passant par l'aphélie, cette demi-droite fait donc avec le vecteur $\vec{\gamma}$ un angle de α = 180° + ω = 280,32°.

La construction de cette demi-droite permettra ensuite de créer un outil appelé DdOVA construisant une demi-droite dont on connaît l'origine et qui fait avec un vecteur donné un angle fixé.

Finalisons la construction du point C comme le point d'intersection entre la demi-droite définie précédemment et le cercle de centre S et de rayon e × a. Pour les habitués de GeoGebra :
C = Intersection[DdOVA[S,γ,180° + ω],Cercle[S,e a]]

On construit enfin le cercle cT de centre C et de rayon a (on peut masquer le point C).

L'orbite de Mars

Principe

Kepler a trouvé dans les mesures de Tycho Brahé quatorze couples de dates séparées de 687 jours, période de révolution de la planète. Pour un couple de dates données, Mars a la même position par rapport au Soleil mais la Terre s'est déplacée. De ce fait, la même position de Mars est vue depuis deux positions de la Terre dans deux directions différentes ; pour ce couple de dates, Mars est donc à l'intersection de ces deux directions.

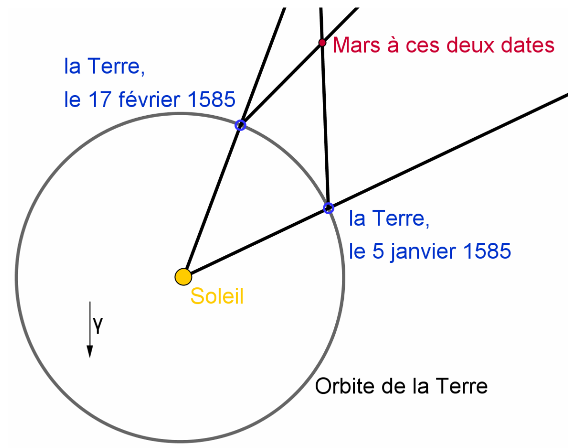

***Fig. 2**. Principe pour trouver une position de Mars.*

Les données

Colonne 1 : couples de dates distantes de 687 j.
Colonne 2 : longitude écliptique héliocentrique de la planète Terre.
Colonne 3 : longitude écliptique géocentrique de la planète Mars.

	Colonne 1	Colonne 2	Colonne 3
1.1	17 février 1585	159,38°	135,20°
1.2	5 janvier 1587	115,35°	182,13°
2.1	19 septembre 1591	5,78°	284,30°
2.2	6 août 1593	323,43°	346,93°
3.1	7 décembre 1593	85,88°	3,07°
3.2	25 octobre 1595	41,7°	49,70°
4.1	28 mars 1587	196,83°	168,20°
4.2	12 février 1589	153,70°	218,80°
5.1	10 mars 1585	179,68°	131,80°
5.2	26 janvier 1587	136,10°	184,70°

La construction dans Geogebra

On travaillera avec cinq couples de données, GeoGebra permettant de tracer une conique passant par cinq points.
Il faut intégrer le tableau précédent dans le tableur de GeoGebra, ce qui permettra ensuite de saisir les mesures de chaque angle par le numéro de la cellule qui le contient par exemple C2 pour 159,38°.
On note T11 la position 1.1 de la Terre le 17 février 1585, c'est le point d'intersection du cercle cT et de la demi-droite d'origine S faisant avec le vecteur $\vec{\gamma}$ un angle C2 = 159,38°, soit :
T11 = Intersection[DdOVA[S,γ,C2],cT] ; de même T12 = Intersection[DdOVA[S,γ,C3],cT] où T12 est la position 1.2 de la Terre le 5 janvier 1587.
Le 17 février 1585 la direction de Mars est donnée par la demi-droite d'origine T11 faisant avec le vecteur $\vec{\gamma}$ un angle de mesure D2 = 135,20°, Mars est donc sur la demi-droite DdOVA[T11, γ,D2] ; de même le 5 janvier 1587 Mars est sur la demi-droite DdOVA[T12, γ,D3]. À ces deux dates, Mars est à la même position par rapport au Soleil, qui est donc l'intersection de ces deux demi-droites.
Soit :
Mars1=Intersection[DdOVA[T11,γ,D2],DdOVA[T12, γ,D3]]
De manière similaire, soit en utilisant les outils de GeoGebra, soit en saisissant les commandes directement, on construit les points T21, T22 et Mars2 à T51, T52 et Mars5.
Enfin l'outil "Conique passant par cinq points" permet de construire la projection de l'orbite de Mars sur le plan de l'écliptique.

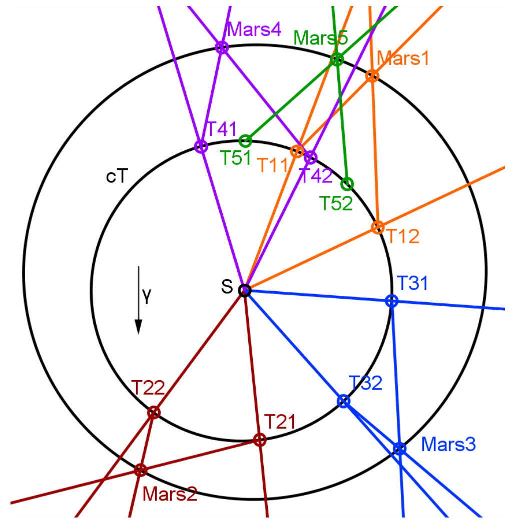

***Fig. 3.** Le résultat, l'orbite de Mars tracée.*

Toutes les valeurs pouvant être modifiées il est tout à fait possible de refaire le tracé avec d'autres données, en reprenant par exemple celles utilisées par Béatrice Sandré.

Sources

Les Cahiers Clairaut, bulletin du CLEA (comité de liaison enseignants et astronomes) n° 117, printemps 2007, article de Blaise Simon n° 118, été 2007, Les orbites de la Terre et de Mars : la première loi de Kepler, article de Béatrice Sandré.
KEPLER par Philippe Depondt et Guillemette de Véricourt (Édition du Rouergue 2005).
KEPLER, astronome, astrologue par Gérard Simon (Gallimard 1979).
http://acces.inrp.fr/clea/lunap/Kepler ■